



AARGAUISCHE
MATURITÄTSSCHULE
FÜR ERWACHSENE

Vorbereitungskurs BfK 1 – 2026

Basale fachliche Kompetenzen – Mathematik

Lektion 3: Funktionen

Funktionsbegriff, Funktionswerte, Grundtypen, Verschiebungen, Geraden

3.1 Was ist eine Funktion?

Eine Funktion ordnet **jedem Input x genau einen Output $f(x)$** zu.

$$y = f(x) \quad P(x, y) \text{ liegt auf dem Graphen} \iff y = f(x)$$

Senkrechten-Test: eine senkrechte Gerade schneidet den Graphen höchstens einmal.

Definitionsbereich – welche Inputs sind zulässig?

$$\begin{array}{ll} \text{Nenner} \neq 0 & \text{bei } y = \frac{2}{x-7} \text{ ist } x = 7 \text{ nicht zulässig} \\ \text{Radikand} \geq 0 & \text{bei } y = \sqrt{x-3} \text{ sind nur } x \geq 3 \text{ zulässig} \end{array}$$

Häufige Fehler

- $\times$ Bei $y = \frac{5}{x+6}$ ist jede reelle Zahl als Input zulässig. $\checkmark$ $x = -6$ gibt eine Division durch Null.
- $\times$ $\sqrt{x-5}$ ist auch für $x = 3$ definiert. $\checkmark$ $3-5 = -2 < 0$; zulässig sind nur $x \geq 5$.
- $\times$ Zwei Inputs dürfen nicht denselben Output haben. $\checkmark$ Das ist erlaubt: bei $f(x) = x^2 - 6x$ ist $f(1) = f(5) = -5$.
- $\times$ $y = 7$ ist keine Funktion. $\checkmark$ Doch – sie ordnet jedem Input denselben Output zu.

Vorgerechnet

- | | | | |
|------------------------|--------------------------|------------------------|-------------------------|
| 1. $y = \frac{4}{x+5}$ | alle x ausser $x = -5$ | 4. $y = x^2 + 5x$ | alle reellen Zahlen |
| 2. $y = \sqrt{x+2}$ | alle $x \geq -2$ | 5. $y = \frac{5}{x^2}$ | alle x ausser $x = 0$ |
| 3. $y = \sqrt{x-3}$ | alle $x \geq 3$ | 6. $y = \frac{x}{3}$ | alle reellen Zahlen |

3.2 Funktionswerte berechnen

Setze den Input überall dort ein, wo x steht – **immer in Klammern**.

$$f(x) = x^2 - x \quad f(4) = (4)^2 - (4) = 12 \quad f(-4) = (-4)^2 - (-4) = 20$$

Die zwei Vorzeichenregeln, die dabei gebraucht werden:

$$(-a)^2 = +a^2 \quad -(-a) = +a$$

Punktprobe:

$P(x, y)$ liegt auf dem Graphen von f genau dann, wenn $f(x) = y$

Häufige Fehler

- $\times f(-4) = -4^2 - 4$ $\checkmark$ Ohne Klammern geht es schief: $(-4)^2 - (-4)$.
- $\times (-4)^2 = -16$ $\checkmark (-4) \cdot (-4) = +16$.
- $\times -(-4) = -4$ $\checkmark$ Minus vor Minus gibt Plus: $+4$.
- $\times$ Ein negativer Input gibt immer den kleineren Wert. $\checkmark$ Bei $f(x) = x^2 - 10x$ ist $f(-1) = 11$, aber $f(1) = -9$.

Vorgerechnet

$$f(x) = -3x^2 + 4x$$

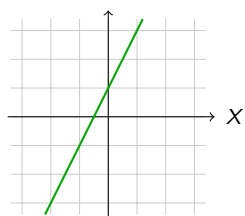
1. $f(5) = -3 \cdot (5)^2 + 4 \cdot (5) = -75 + 20 = -55$
2. $f(-5) = -3 \cdot (-5)^2 + 4 \cdot (-5) = -75 - 20 = -95$
3. $f(0) = -3 \cdot 0 + 0 = 0$

Punktprobe bei $g(x) = 2x^2 - 3x$:

4. $P(5, 35)$: $g(5) = 50 - 15 = 35$ $\checkmark$ liegt auf dem Graphen
5. $P(3, 20)$: $g(3) = 18 - 9 = 9 \neq 20$ $\times$ liegt nicht darauf

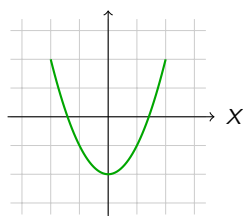


3.3 Die vier Grundtypen



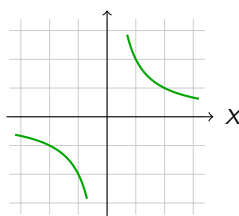
Gerade

$$f(x) = mx + q$$



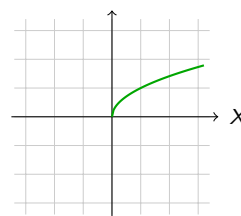
Parabel

$$f(x) = ax^2 + c$$



Hyperbel

$$f(x) = \frac{a}{x}$$



Wurzel

$$f(x) = \sqrt{x}$$

Gerade	$m > 0$ steigend, $m < 0$ fallend; q ist der Schnitt mit der y -Achse
Parabel	$a > 0$ nach oben, $a < 0$ nach unten geöffnet; c verschiebt den Scheitel
Hyperbel	$a > 0$: Äste im 1. und 3. Quadranten, $a < 0$: im 2. und 4.
Wurzel	$\sqrt{x}$ startet bei $x = 0$, $\sqrt{x - c}$ erst bei $x = c$

Häufige Fehler

- ✗ Eine fallende Gerade hat $m > 0$. ✓ Fallend heisst $m < 0$.
- ✗ $y = x^2 - 2$ ist nach unten geöffnet. ✓ $a = 1 > 0$, also nach oben; die -2 senkt nur den Scheitel.
- ✗ $\sqrt{x - 6}$ beginnt bei $x = 0$. ✓ Erst bei $x = 6$, denn $x - 6 \geq 0$.
- ✗ Die Hyperbel $y = \frac{a}{x}$ schneidet die y -Achse. ✓ $x = 0$ ist nicht zulässig.

Vorgerechnet

1. $y = -5x + 3$ Gerade, fällt ($m = -5$), schneidet die y -Achse bei 3
2. $y = -x^2 + 1$ Parabel nach unten, Scheitel $S(0, 1)$
3. $y = -\frac{4}{x}$ Hyperbel, Äste im 2. und 4. Quadranten
4. $y = \sqrt{x + 4}$ Wurzel, beginnt bei $x = -4$



3.4 Verschieben und Spiegeln

$f(x) + c$ um c nach oben	$-f(x)$ Spiegelung an der x-Achse
$f(x) - c$ um c nach unten	$f(-x)$ Spiegelung an der y-Achse
$f(x - c)$ um c nach rechts	$f(x + c)$ um c nach links

Merke: in x-Richtung ist das Vorzeichen „verkehrt herum“ – $f(x - 5)$ geht nach **rechts**.
In y-Richtung stimmt es: + ist oben.

Häufige Fehler

- $\times$ $f(x - 5)$ verschiebt nach links. $\checkmark$ Nach rechts – in x-Richtung ist das Vorzeichen umgekehrt.
- $\times$ $f(x) + 6$ verschiebt nach rechts. $\checkmark$ Nach oben; nach rechts wäre $f(x - 6)$.
- $\times$ $-f(x)$ spiegelt an der y-Achse. $\checkmark$ An der x-Achse; $f(-x)$ spiegelt an der y-Achse.
- $\times$ $f(x) - 7$ verschiebt nach unten *und* nach links. $\checkmark$ Nur nach unten.

Vorgerechnet

Ausgangsfunktion $f(x) = x^2$:

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------|
| 1. $f(x) + 5 = x^2 + 5$ | 5 nach oben |
| 2. $f(x - 4) = (x - 4)^2$ | 4 nach rechts |
| 3. $-f(x) = -x^2$ | an der x-Achse gespiegelt |
| 4. $f(x + 1) - 6 = (x + 1)^2 - 6$ | 1 nach links und 6 nach unten |



3.5 Geraden $y = mx + q$

$$y = mx + q \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \text{durch } A(x_1, y_1) \text{ und } B(x_2, y_2)$$

q	y -Achsenabschnitt; $q = 0$ heisst: durch den Ursprung
$m > 0$ / $m < 0$	steigend / fallend
$m = 0$	waagrechte Gerade, z. B. $y = -6$
$ m $ gross	steil; $ m $ klein: flach
gleiches m	parallel oder identisch – also kein einzelner Schnittpunkt

Häufige Fehler

- $\times$ Die Gerade $y = -3$ hat die Steigung -3 . $\checkmark$ Sie ist waagrecht: $m = 0$ und $q = -3$.
- $\times$ Parallele Geraden haben genau einen Schnittpunkt. $\checkmark$ Parallel heisst gleiches m – und dann gar keinen Schnittpunkt.
- $\times$ $m = \frac{\Delta x}{\Delta y}$ $\checkmark$ Oben steht Δy : $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$.
- $\times$ $y = 0.2x$ ist steiler als $y = -5x$. $\checkmark$ Es zählt der Betrag: $|-5| = 5 > 0.2$.

Vorgerechnet

1. $A(1, -3), B(5, 5)$: $m = \frac{5 - (-3)}{5 - 1} = \frac{8}{4} = 2$
2. Gleichung dazu: $-3 = 2 \cdot 1 + q \Rightarrow q = -5$, also $y = 2x - 5$
3. $y = -2x + 9$: fällt, schneidet die y -Achse bei 9
4. $y = 7x$: $q = 0$, geht durch den Ursprung



Übungsaufgaben zu Lektion 3

Bei jeder Aufgabe ist genau eine Antwort korrekt.

1. Sei $f(x) = -2x^2 + 5x$. Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?
 - ☐ $f(3) = -3$ und $f(-1) = -7$
 - ☐ $f(3) = -3$ und $f(-1) = 3$
 - ☐ $f(3) = 33$ und $f(-1) = -7$
 - ☐ $f(3) = 21$ und $f(-1) = 7$
2. Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?
 - ☐ Bei der Funktion $f(x) = \sqrt{x-2}$ ist der Input $x = 1$ nicht zulässig.
 - ☐ Bei der Funktion $f(x) = x^2 - 8x$ gilt $f(1) = f(7)$.
 - ☐ Bei der Funktion $y = \frac{3}{x-1}$ ist als Input jede reelle Zahl zulässig.
 - ☐ Die Funktion $y = 9$ ordnet jedem Input den Output 9 zu.
3. Welcher Punkt liegt auf dem Graphen der Funktion $f(x) = x^2 - 3x$?
 - ☐ $P(4, 4)$
 - ☐ $P(2, 4)$
 - ☐ $P(-1, -4)$
 - ☐ $P(3, 3)$
4. Der Graph von g entsteht, wenn wir den Graphen von f um zwei Einheiten nach rechts verschieben. Welche Aussage ist dann wahr?
 - ☐ $g(x) = f(x+2)$
 - ☐ $g(x) = f(x-2)$
 - ☐ $g(x) = f(x) + 2$
 - ☐ $g(x) = -f(x)$
5. Welche Steigung hat die Gerade durch die Punkte $A(-2, 5)$ und $B(4, -4)$?
 - ☐ $m = -\frac{9}{2}$
 - ☐ $m = \frac{3}{2}$
 - ☐ $m = -\frac{2}{3}$
 - ☐ $m = -\frac{3}{2}$
6. Welche Gerade ist parallel zu $y = -4x + 3$ und geht durch den Ursprung?
 - ☐ $y = 4x$
 - ☐ $y = -4x$
 - ☐ $y = -\frac{1}{4}x$
 - ☐ $y = -4x + 3$

