



AARGAUISCHE
MATURITÄTSSCHULE
FÜR ERWACHSENE

Vorbereitungskurs BfK 1 – 2026

Basale fachliche Kompetenzen – Mathematik

Lektion 2: Algebra

Binomische Formeln, Potenzgesetze, Vorzeichen, Terme vereinfachen

2.1 Die binomischen Formeln

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Rückwärts gelesen sind es Faktorisierungen:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \quad a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

Ein Faktor vor der Variablen wird mitpotenziert:

$$(k \cdot a)^2 = k^2 \cdot a^2 \quad b^2 \geq 0 \text{ für jedes } b$$

Häufige Fehler

- $\times (a + b)^2 = a^2 + b^2$ $\checkmark$ Der mittlere Term $2ab$ fehlt. Probe: $(3 + 4)^2 = 49$, aber $9 + 16 = 25$.
- $\times (3x)^2 = 3x^2$ $\checkmark$ Auch der Faktor wird quadriert: $(3x)^2 = 9x^2$.
- $\times (x - 9)^2 = x^2 - 18x - 81$ $\checkmark$ Das letzte Glied ist b^2 und damit positiv: $+81$.
- $\times (3a + 7)(3a - 7) = 9a^2 + 49$ $\checkmark$ Bei $(a + b)(a - b)$ bleibt $a^2 - b^2$: $9a^2 - 49$.

Vorgerechnet

1. $(6x - 5)^2 = (6x)^2 - 2 \cdot 6x \cdot 5 + 5^2 = 36x^2 - 60x + 25$
2. $(2 + 7y)^2 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 7y + (7y)^2 = 4 + 28y + 49y^2$
3. $(5a + 3b)(5a - 3b) = (5a)^2 - (3b)^2 = 25a^2 - 9b^2$
4. $49x^2 - 16 = (7x)^2 - 4^2 = (7x + 4)(7x - 4)$ (faktoriert)

2.2 Die Potenzgesetze

Gleiche Basis:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Gleicher Exponent:

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad (\text{mit } b \neq 0)$$

Kein Gesetz für Summen:

$$a^m + a^n \text{ bleibt stehen} \quad (a+b)^n \neq a^n + b^n$$

Häufige Fehler

- $\times x^4 \cdot x^3 = x^{12}$ $\checkmark$ Beim Multiplizieren werden die Exponenten **addiert**: x^7 .
- $\times x^9 : x^3 = x^3$ $\checkmark$ Beim Dividieren werden sie **subtrahiert**: x^6 .
- $\times x^4 + x^2 = x^6$ $\checkmark$ Probe mit $x = 2$: $16 + 4 = 20$, aber $2^6 = 64$.
- $\times (4x)^3 = 4x^3$ $\checkmark$ Der Faktor gehört dazu: $4^3 \cdot x^3 = 64x^3$.

Vorgerechnet

1. $x^5 \cdot x^4 = x^{5+4} = x^9$
2. $\frac{m^8}{m^3} = m^{8-3} = m^5$
3. $(y^4)^3 = y^{4 \cdot 3} = y^{12}$
4. $(5z^3)^2 = 5^2 \cdot z^{3 \cdot 2} = 25z^6$
5. $\left(\frac{2}{b}\right)^3 = \frac{2^3}{b^3} = \frac{8}{b^3}$



2.3 Null, negative Exponenten und Vorzeichen

$$a^0 = 1 \quad (\text{für } a \neq 0) \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \frac{1}{a^{-n}} = a^n \quad 1^n = 1$$

Vorzeichen bei Klammern:

$$(-a)^n = +a^n \quad (n \text{ gerade}) \quad (-a)^n = -a^n \quad (n \text{ ungerade})$$

$$-a^n \quad (\text{hier wird nur } a \text{ potenziert, nicht das Vorzeichen})$$

Ein negativer Exponent macht die Zahl **nicht** negativ, sondern kehrt sie um:

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} \quad 2^{-5} = \frac{1}{32}$$

Häufige Fehler

- $\times 4^{-2} = -16$ $\checkmark 4^{-2} = \frac{1}{16}$; das Vorzeichen bleibt positiv.
- $\times (-6)^2 = -36$ $\checkmark (-6) \cdot (-6) = +36$; gerader Exponent gibt ein Plus.
- $\times -6^2 = 36$ $\checkmark$ Ohne Klammer wird nur die 6 potenziert: -36 .
- $\times 0^0 = 1$ $\checkmark a^0 = 1$ gilt nur für $a \neq 0$.

Vorgerechnet

1. $(-3)^4 = 81, \quad (-3)^3 = -27, \quad -3^4 = -81$
2. $8^0 = 1, \quad (3x)^0 = 1 \quad (\text{für } x \neq 0)$
3. $10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0.0001$
4. $\frac{1}{4^{-2}} = 4^2 = 16$
5. $3^{-1} \cdot 3^4 = 3^{-1+4} = 3^3 = 27$



2.4 Terme vereinfachen

Anleitung – immer in dieser Reihenfolge:

1. Klammern mit Exponent auflösen – Zahl *und* Variable potenzieren.
2. Im Zähler und im Nenner gleiche Basen zusammenfassen (Exponenten addieren).
3. Die Zahlen kürzen, die Exponenten subtrahieren.

$$\frac{(k a^m)^n \cdot a^p}{c a^q} = \frac{k^n a^{mn+p}}{c a^q} = \frac{k^n}{c} \cdot a^{mn+p-q}$$

Häufige Fehler

- $\times (4x^3)^2 = 4x^6$ $\checkmark$ Die 4 wird mitquadriert: $16x^6$.
- $\times \frac{16x^6}{2x^4} = 8x^{6:4}$ $\checkmark$ Dividieren heisst **subtrahieren**: $8x^2$.
- $\times (5m^2)^2 \cdot m^3 = 25m^{4 \cdot 3}$ $\checkmark$ Multiplizieren heisst **addieren**: $25m^7$.
- $\times \frac{25m^7}{m^5} = m^2$ $\checkmark$ Die 25 wird durch nichts gekürzt: $25m^2$.

Vorgerechnet

1. $\frac{(4x^3)^2}{2x^4} = \frac{16x^6}{2x^4} = 8x^{6-4} = 8x^2$
2. $\frac{(5m^2)^2 \cdot m^3}{m^5} = \frac{25m^4 \cdot m^3}{m^5} = \frac{25m^7}{m^5} = 25m^2$
3. $\frac{(3x^2y)^2}{3x^3y} = \frac{9x^4y^2}{3x^3y} = 3xy$



Übungsaufgaben zu Lektion 2

Bei jeder Aufgabe ist genau eine Antwort korrekt.

1. Welches Resultat ist korrekt? $(3x - 4)^2 =$

- ☐ $9x^2 - 24x + 16$
- ☐ $9x^2 - 12x + 16$
- ☐ $9x^2 + 24x + 16$
- ☐ $9x^2 - 16$

2. Welches Resultat ist korrekt? $(2x + 5)(2x - 5) =$

- ☐ $4x^2 + 25$
- ☐ $4x^2 - 25$
- ☐ $4x^2 - 20x - 25$
- ☐ $2x^2 - 25$

3. Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**? Dabei sei $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

- ☐ $a^5 \div a^2 = a^3$
- ☐ $(a^3)^2 = a^6$
- ☐ $a^3 + a^2 = a^5$
- ☐ $(2a)^3 = 8a^3$

4. Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

- ☐ $4^0 = 1$
- ☐ $2^{-3} = \frac{1}{8}$
- ☐ $(-3)^2 = -9$
- ☐ $10^{-1} = 0.1$

5. Welches Resultat ist korrekt? $\frac{(2a^3)^3}{4a^5} =$

- ☐ $2a^{14}$
- ☐ $6a^4$
- ☐ $8a^4$
- ☐ $2a^4$

