



AARGAUISCHE
MATURITÄTSSCHULE
FÜR ERWACHSENE

Vorbereitungskurs BfK 1 – 2026

Basale fachliche Kompetenzen – Mathematik

Lektion 1: Zahlen und Zahlenmengen

Zahlenmengen, Teilbarkeit, Primzahlen, Prozent, Brüche, Wurzeln, Ungleichungen

1.1 Die Zahlenmengen

$\mathbb{N}$	natürliche Zahlen	$0, 1, 2, 3, \dots$
$\mathbb{Z}$	ganze Zahlen	$\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$
$\mathbb{Q}$	rationale Zahlen	alle Brüche $\frac{m}{n}$ mit $m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0$
$\mathbb{R}$	reelle Zahlen	alle Zahlen der Zahlengeraden

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \quad \sqrt{2}, \pi \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \text{ (irrational)}$$

Bleibt das Resultat in der Menge?

in $\mathbb{N}$	$+$ und $\cdot$ ja, $-$ und $:$ nein
in $\mathbb{Z}$	$+$, $-$ und $\cdot$ ja, $:$ nein
in $\mathbb{Q}$ und in $\mathbb{R}$	alle vier ja (ausser $:$ 0)

Häufige Fehler

- ✗ $\sqrt{2}$ ist rational. ✓ Rational = als Bruch darstellbar. Bei $\sqrt{2}$ und π geht das nicht.
- ✗ $\sqrt{49}$ ist irrational. ✓ $\sqrt{49} = 7$; irrational nur, wenn die Wurzel nicht aufgeht.
- ✗ $0.333\dots$ ist irrational. ✓ Periodisch heisst rational: $0.333\dots = \frac{1}{3}$.
- ✗ $7 : 2$ ist eine ganze Zahl. ✓ $7 : 2 = 3.5 \in \mathbb{Q}$, keine ganze Zahl.

Vorgerechnet

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$		$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$\sqrt{16} = 4$	•	•	•	•	$\frac{22}{7}$			•	•
-7		•	•	•	$\sqrt{2}$				•
$0.75 = \frac{3}{4}$			•	•	π				•

1.2 Teilbarkeit

durch 2	letzte Ziffer gerade	durch 5	letzte Ziffer 0 oder 5
durch 3	Quersumme durch 3	durch 9	Quersumme durch 9
durch 4	letzte zwei Ziffern durch 4	durch 10	letzte Ziffer 0

Zusammensetzen – erlaubt nur mit **teilerfremden** Faktoren:

durch 6 $\Leftrightarrow$ durch 2 *und* 3 durch 12 $\Leftrightarrow$ durch 3 *und* 4 durch 15 $\Leftrightarrow$ durch 3 *und* 5

Ein Teiler eines Teilers teilt auch – aber nicht umgekehrt:

n durch 20 teilbar $\Rightarrow$ n durch 5 teilbar — umgekehrt **falsch** (15)

Häufige Fehler

- $\times$ Bei der 4 auf die letzte Ziffer geschaut. $\checkmark$ Es zählen die letzten **zwei** Ziffern: 114 endet auf 4, ist aber nicht durch 4 teilbar.
- $\times$ Durch 7 $\Rightarrow$ durch 49. $\checkmark$ Gegenbeispiel 14. Nur umgekehrt stimmt es.
- $\times$ Durch 4 und durch 6 $\Rightarrow$ durch 24. $\checkmark$ Gegenbeispiel 12. Richtig wäre: durch 12.
- $\times$ Bei 3 und 9 auf die letzte Ziffer geschaut. $\checkmark$ Dort zählt einzig die Quersumme.

Vorgerechnet

	Prüfung	3186	5940
durch 2?	letzte Ziffer gerade?	ja (6)	ja (0)
durch 5?	letzte Ziffer 0 oder 5?	nein	ja
durch 3?	Quersumme	ja (18)	ja (18)
durch 9?	Quersumme	ja (18)	ja (18)
durch 4?	letzte zwei Ziffern	nein (86)	ja (40)
durch 6?	durch 2 <i>und</i> 3	ja	ja
durch 30?	durch 2, 3 <i>und</i> 5	nein	ja

Kontrolle: $3186 : (2 \cdot 3) = 531$ und $5940 : (2 \cdot 3 \cdot 5) = 198$.



1.3 Primzahlen

Eine **Primzahl** ist eine natürliche Zahl grösser als 1 mit genau zwei Teilern: 1 und sich selbst.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47
53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, ...

Primfaktorzerlegung jede Zahl $n > 1$ ist ein Produkt von Primzahlen: $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

Primzahltest es genügt, alle Primzahlen p mit $p \leq \sqrt{n}$ zu prüfen

Anzahl es gibt unendlich viele Primzahlen – eine grösste gibt es nicht

Häufige Fehler

- $\times$ 1 ist eine Primzahl. $\checkmark$ 1 hat nur **einen** Teiler, eine Primzahl braucht **zwei**. Die kleinste ist 2.
- $\times$ Eine Primzahl kann nicht gerade sein. $\checkmark$ 2 ist prim – und die einzige gerade Primzahl.
- $\times$ Ungerade Zahlen sind Primzahlen. $\checkmark$ $77 = 7 \cdot 11$, $85 = 5 \cdot 17$, $93 = 3 \cdot 31$.
- $\times$ Alle Primzahlen enden auf 1, 3, 7 oder 9. $\checkmark$ Ab 10 ja – aber 2 und 5 sind auch Primzahlen.

Vorgerechnet

Beispiel 1: Primfaktorzerlegung von 60

$$60 = 2 \cdot 30 = 2 \cdot 2 \cdot 15 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

Beispiel 2: Ist 87 eine Primzahl? $\sqrt{87} \approx 9.3$, also nur 2, 3, 5, 7 prüfen.

durch 2? nein, 87 ist ungerade

durch 3? **ja**, Quersumme 15: $87 = 3 \cdot 29$

87 ist also **keine** Primzahl – wir können hier schon aufhören.

Beispiel 3: Ist 89 eine Primzahl? $\sqrt{89} \approx 9.4$, wieder nur 2, 3, 5, 7 prüfen – keine dieser Zahlen teilt 89. Also **ja**.



1.4 Prozent

$$p\% = \frac{p}{100} \quad p\% \text{ von } G \text{ ist } G \cdot \frac{p}{100}$$

$$\begin{array}{llll} 100\% = 1 & 10\% = 0.1 & 1\% = 0.01 & 0.1\% = 0.001 \\ 50\% = \frac{1}{2} & 25\% = \frac{1}{4} & 20\% = \frac{1}{5} & 0.4\% = 0.004 \end{array}$$

Rezept im Kopf: zuerst 10% (Dezimalpunkt um **eine** Stelle nach links), dann zerlegen:

$$12\% = 10\% + 2\% \quad 30\% = 3 \cdot 10\% \quad 0.4\% = \frac{4\%}{10}$$

Häufige Fehler

- $\times$ $0.4\% = 0.04$ $\checkmark$ $0.4\% = \frac{0.4}{100} = 0.004$. Prozent heisst **durch 100**, nicht durch 10.
- $\times$ 12% von 1500 = 18 $\checkmark$ Das ist 1.2% – der Dezimalpunkt ist um eine Stelle verrutscht. Richtig: 180.
- $\times$ 0.4% von 6000 = 240 $\checkmark$ 240 wären 4%. Richtig: $6000 \cdot 0.004 = 24$.

Vorgerechnet

1. 12% von 1500: $10\% = 150 \Rightarrow 1\% = 15 \Rightarrow 12\% = 150 + 30 = \mathbf{180}$
2. 0.4% von 6000: $6000 \cdot 0.004 = \mathbf{24}$
3. 7% von 800: $1\% = 8 \Rightarrow 7\% = 7 \cdot 8 = \mathbf{56}$
4. 35% von 80: $10\% = 8 \Rightarrow 30\% = 24, 5\% = 4 \Rightarrow 35\% = 24 + 4 = \mathbf{28}$



1.5 Brüche

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Anleitung: Plus und Minus

1. Gemeinsamen Nenner suchen – das kgV der beiden Nenner.
2. Beide Brüche darauf erweitern: Zähler *und* Nenner mal denselben Faktor.
3. Zähler addieren bzw. subtrahieren, Nenner unverändert lassen, dann kürzen.

Anleitung: Mal und Geteilt

1. Beim Geteilt zuerst den **zweiten** Bruch stürzen (Kehrbruch) und mal rechnen.
2. Über Kreuz kürzen, dann Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner. Ein gemeinsamer Nenner ist hier **nicht** nötig.

Häufige Fehler

- $\times \frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{3+5}{4+6} = \frac{8}{10}$ ✓ Nenner werden nie addiert. Zuerst gleichnamig machen.
- $\times \frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{2}{12}$ ✓ Nur der Nenner wurde erweitert: $\frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$.
- $\times \frac{5}{12} : \frac{10}{9} = \frac{12}{5} \cdot \frac{9}{10}$ ✓ Gestürzt wird der **zweite** Bruch: $\frac{5}{12} \cdot \frac{9}{10}$.
- $\times$ Beim Malrechnen zuerst gleichnamig machen. ✓ Überflüssig – ein gemeinsamer Nenner braucht es nur bei Plus und Minus.

Vorgerechnet

$$\begin{aligned} 1. \quad & \frac{3}{4} + \frac{5}{6} \stackrel{\text{kgV}=12}{=} \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12} \\ 2. \quad & \frac{3}{8} - \frac{1}{12} \stackrel{\text{kgV}=24}{=} \frac{9}{24} - \frac{2}{24} = \frac{7}{24} \\ 3. \quad & \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{9} = \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{5}_1} \cdot \frac{10^2}{9^3} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{2}{3} \\ 4. \quad & \frac{5}{12} : \frac{10}{9} = \frac{5}{12} \cdot \frac{9}{10} = \frac{45}{120} = \frac{3}{8} \end{aligned}$$



1.6 Wurzeln und π

$\sqrt{a}$ ist diejenige **nicht negative** Zahl, deren Quadrat a ergibt.

$$(\sqrt{a})^2 = a \quad \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \sqrt{a^2} = a \quad (\text{für } a \geq 0)$$

Rezept für Dezimalzahlen: Wurzel aus der Ziffernfolge ziehen, dann **halb** so viele Dezimalstellen wie unter der Wurzel. Die Probe ist immer das Quadrieren.

$$\sqrt{0.16} = 0.4 \quad \sqrt{0.81} = 0.9 \quad \sqrt{1.44} = 1.2 \quad \sqrt{20.25} = 4.5$$

$$\pi = 3.14159\dots \text{ ist irrational: } \pi \neq 3.14 \text{ und } \pi \neq \frac{22}{7}$$

Häufige Fehler

- $\times \sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ $\checkmark$ Für Summen gibt es **kein** Wurzelgesetz: $\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$, aber $4+3=7$.
- $\times \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 4$ $\checkmark \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$.
- $\times \sqrt{80} = 40$ $\checkmark$ Halbieren ist keine Wurzel: $\sqrt{80} = \sqrt{16 \cdot 5} = 4\sqrt{5} \approx 8.94$.
- $\times \sqrt{1.44} = 0.12$ $\checkmark$ Probe: $0.12^2 = 0.0144$. Richtig ist 1.2, denn $1.2^2 = 1.44$.
- $\times \pi$ ist rational, es ist ja $\frac{22}{7}$. $\checkmark \frac{22}{7}$ und 3.14 sind bloss Näherungen.

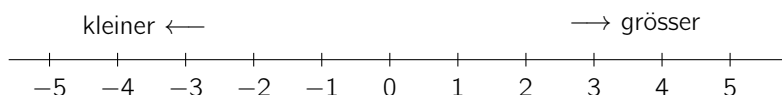
Vorgerechnet

1. $\sqrt{9+25} = \sqrt{34} \approx 5.83$ (und *nicht* $3+5=8$)
2. $\sqrt{0.81} = 0.9$, Probe: $0.9 \cdot 0.9 = 0.81$
3. $\sqrt{18} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{18 \cdot 2} = \sqrt{36} = 6$
4. $\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$



1.7 Ungleichungen und Zahlenstrahl

$a < b$ a ist kleiner als b $a \leq b$ a ist kleiner **oder** gleich b
 $a > b$ a ist grösser als b $a \geq b$ a ist grösser **oder** gleich b



Zahlenstrahl	was weiter rechts steht, ist grösser
negative Zahlen	je grösser der Betrag, desto kleiner die Zahl
Vorzeichen	jede negative Zahl $< 0 <$ jede positive Zahl
$\leq$ und $\geq$	$a \leq a$ ist wahr – eine der beiden Möglichkeiten genügt
Bruch und Dezimalzahl	zuerst in dieselbe Schreibweise bringen, dann vergleichen

Häufige Fehler

- $\times -0.45 \leq -45$ $\checkmark -0.45$ liegt fast bei null, -45 weit links: $-0.45 > -45$.
- $\times -17 > -13$, denn 17 ist grösser als 13. $\checkmark$ Bei negativen Zahlen dreht sich das um: $-17 < -13$.
- $\times -24 \geq -24$ ist falsch, die Zahlen sind ja gleich. $\checkmark \geq$ heisst grösser *oder* gleich – gleich genügt.
- $\times$ Von $-\frac{7}{4}$ und -1.8 ist $-\frac{7}{4}$ die kleinere Zahl. $\checkmark -\frac{7}{4} = -1.75$ liegt rechts von -1.8 , ist also grösser.

Vorgerechnet

1. $-31 < -13$ grösserer Betrag, also weiter links
2. $-0.7 > -70$ -0.7 liegt direkt neben der Null
3. $-26 \leq -26$ wahr, denn gleich genügt
4. $-\frac{9}{4} < -2.1$ $-\frac{9}{4} = -2.25$ liegt links von -2.1
5. $-19 < 0 < 1.5$ jede negative Zahl ist kleiner als jede positive



Übungsaufgaben zu Lektion 1

Bei jeder Aufgabe ist genau eine Antwort korrekt.

1. Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?
 - ☐ Jede rationale Zahl lässt sich als endlicher Dezimalbruch schreiben.
 - ☐ Jede reelle Zahl ist eine rationale Zahl.
 - ☐ $\sqrt{9}$ ist eine irrationale Zahl.
 - ☐ Die Differenz zweier natürlicher Zahlen ist stets eine ganze Zahl.
2. Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**? n ist eine natürliche Zahl.
 - ☐ Die Zahl 2358 ist durch 6 teilbar.
 - ☐ Ist n durch 12 teilbar, dann ist n auch durch 4 teilbar.
 - ☐ Ist n durch 2 und durch 4 teilbar, dann ist n auch durch 8 teilbar.
 - ☐ Die Zahl 4725 ist durch 9 teilbar.
3. Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?
 - ☐ Das Produkt zweier verschiedener Primzahlen hat genau vier Teiler.
 - ☐ Die Zahl 119 ist eine Primzahl.
 - ☐ Jede Zahl mit ungerader Quersumme ist eine Primzahl.
 - ☐ Es gibt nur endlich viele Primzahlen.
4. 15% von 240 ist gleich
 - ☐ 3.6
 - ☐ 24
 - ☐ 36
 - ☐ 45
5. Welches Resultat ist korrekt? $\frac{4}{5} - \frac{1}{6} =$
 - ☐ $\frac{19}{30}$
 - ☐ $\frac{29}{30}$
 - ☐ $\frac{3}{30}$
 - ☐ $\frac{3}{11}$
6. Welche Aussage ist korrekt?
 - ☐ $\sqrt{25} + \sqrt{144} = \sqrt{169}$
 - ☐ π ist eine rationale Zahl.
 - ☐ $\sqrt{0.64} = 0.8$
 - ☐ $\sqrt{50} = 25$



Übungsaufgaben zu Lektion 1 – Fortsetzung

Bei jeder Aufgabe ist genau eine Antwort korrekt.

7. Welche der folgenden Ungleichungen ist **falsch**?

- ☐ $-15 < -6$
- ☐ $-7 \geq -7$
- ☐ $-0.6 > -60$
- ☐ $-9 \leq -12$

8. Welche der folgenden Zahlen liegt auf dem Zahlenstrahl am weitesten **links**?

- ☐ $-\frac{7}{2}$
- ☐ -2.5
- ☐ $-\frac{1}{4}$
- ☐ -3

9. 0.6% von 4500 ist gleich

- ☐ 2.7
- ☐ 27
- ☐ 270
- ☐ 2700

10. Welches Resultat ist korrekt? $\frac{5}{6} + \frac{3}{8} =$

- ☐ $\frac{8}{14}$
- ☐ $\frac{15}{48}$
- ☐ $\frac{8}{24}$
- ☐ $\frac{29}{24}$

11. Welches Resultat ist korrekt? $\frac{4}{9} \cdot \frac{21}{8} =$

- ☐ $\frac{25}{17}$
- ☐ $\frac{7}{6}$
- ☐ $\frac{32}{189}$
- ☐ $\frac{6}{7}$

12. Welches Resultat ist korrekt? $\frac{21}{10} \div \frac{7}{5} =$

- ☐ $\frac{147}{50}$
- ☐ $\frac{3}{2}$
- ☐ $\frac{28}{15}$
- ☐ $\frac{2}{3}$

